

SCIENTIFIC REPORTS

WISSENSCHAFTLICHE BERICHTE



Journal of the University of Applied Sciences Mittweida
Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule Mittweida

Workshop

Messtechnische Überwachung von Stauanlagen

Nr. 1, 2014
ISSN 1437-7624

GNSS/LPS BASED ONLINE CONTROL AND ALARM SYSTEM (GOCA) - WEITERENTWICKLUNGEN ZUM INTEGRIERTEN GEOMONITORING MIT LOWCOST GNSS UND INERTIALEN MEMS-SENSOREN -

Reiner Jäger
Hochschule Karlsruhe – Technik und Wirtschaft (HSKA)
Institut für Angewandte Forschung (IAF)
Moltkestrasse 30, D-76133 Karlsruhe
Email: reiner.jaeger@goca.info

Kurzfassung

Mit dem Begriff des Geomonitoring verbinden sich vielfältige Aufgaben in Geoforschung, Frühwarnung bei Naturkatastrophen sowie bei der Überwachung von Gebäuden, Baustellen und geotechnischen Anlagen. Die im FuE-Projekt GOCA (www.goca.info) entwickelten Ansätze und Systemrealisierungen des Geomonitoringsystems GOCA werden entlang der Geomonitoringkette zusammen mit den mathematischen Modellen zur Verschiebungs-, Geschwindigkeits- und Beschleunigungszustandsschätzung aus GNSS und terrestrischen Sensordaten vorgestellt. Mit dieser Schnittstelle ist GOCA auch für die sog. integrierte Deformationsanalyse („Structural Health Monitoring“) in Verbindung mit FEM für statische und dynamische Prozesse geeignet. Hierzu werden Weiterentwicklungen in Bezug auf Lowcost GNSS/MEMS-Sensorik und in Bezug auf Zustandsparameter-Modelle präsentiert.

1. Geomonitoringsystem GOCA

1.1 Geomonitoringkette und geodätische Deformationsanalyse

Interdisziplinär erfolgt die Aufgliederung der Geomonitoringkette (Bild 1) in die Komponenten der Datenerfassung (Sensornetzbetrieb, Datenkommunikation), der Modellierung (Netzausgleichung und Deformationsanalyse, d.h. Berechnung, statistische Bewertung von Zustandsgrößen, Erkennung von Prozessänderungen, Vorhersagen), des Reporting (Protokollierung, Web-/Visualisierung und virtuelle Sensorberechnungen) und der Reaktion (Umsetzung eines Alarmierungsplans). Zentrale Zustandsgröße der Modellierungskomponente, aber auch des Reporting und der Alarmierung der geodätischen Geomonitoringkette, ist der aus den Sensordaten abzuleitende 3D-Verschiebungsvektor \mathbf{u} der Objektpunkte $\mathbf{x}_O(t)$ (Bild 2) sowie dessen Geschwindigkeits- und Beschleunigungskomponenten $\dot{\mathbf{u}}$ und $\ddot{\mathbf{u}}$. Die Georeferenzierung der Objektpunktzeitreihen $\mathbf{x}_O(t)$ (Bild 3) sowie der Objektzustandsgrößen $\mathbf{y}(t) = [\mathbf{u}(t), \dot{\mathbf{u}}(t), \ddot{\mathbf{u}}(t)]^T$ erfolgt dabei in einem einheitlichen Referenzpunktkoordinatensystem \mathbf{x}_R (Bild 2).

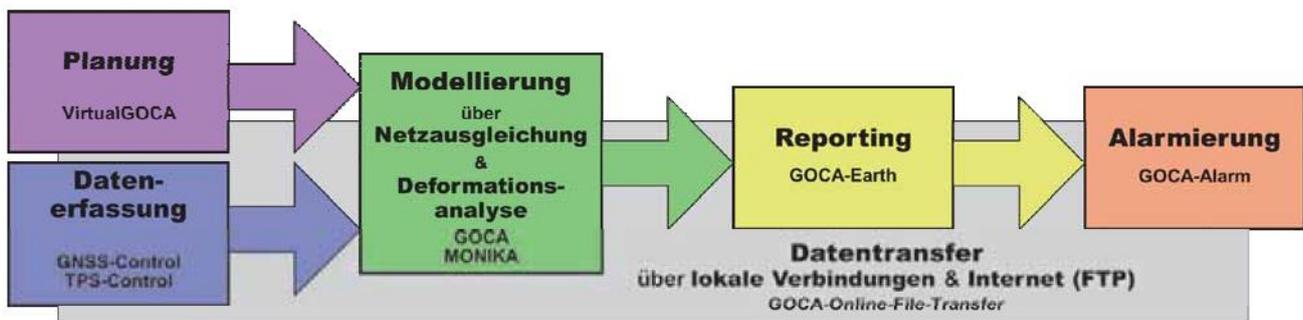


Bild 1: Komponenten der geodätischen Geomonitoringkette am Beispiel GOCA-System

Die Sensorpunkte in \mathbf{x}_R bilden das einheitliche 3D-Koordinatensystem zur Berechnung und Modellierung der Objektpunktpositionen \mathbf{x}_O in verschiedenen zusammenhängend modellierbaren Gebieten (Bild 2). Die GNSS- und LPS-Sensordaten werden dabei online oder near-online (bei epochalen Messungen auch post-processed) in einem 3-stufigen Ausgleichungskonzept (Kleinste-Quadrate- und robuste M-Schätzer) weiterverarbeitet. Die Initialisierungsstufe 1 dient der Festlegung des 3D-Referenzpunktrahmens \mathbf{x}_R und der Kovarianzmatrix $\mathbf{C}_{\mathbf{x},R}$. Die Stufe 2 umfasst in Form der fortlaufenden Ausgleichung der in entsprechende Lage- und Höhenkomponenten abgebildeten GNSS-Berechnungen (Raumvektoren) und der LPS-Daten (Schrägstrecken, Richtungen, Zenitdistanzen und nivellierte Höhenunterschiede) die 3D-Georeferenzierung der Objektpunkte $\mathbf{x}_O(t)$ (Bild 2, Bild 3) im Referenzpunktdatum \mathbf{x}_R . Das funktionale Modell der Lage- und Höhenausgleichungen in den GOCA-Ausgleichungsstufen 1 und 2 basiert dabei auf folgende Verbesserungsgleichungen:

$$\text{GNSS-Lagebaselines:} \quad \begin{bmatrix} \Delta x_{ij} \\ \Delta y_{ij} \end{bmatrix}_{\text{GNSS}} + \begin{bmatrix} v_{\Delta x,ij} \\ v_{\Delta y,ij} \end{bmatrix}_{\text{GNSS}} = \begin{bmatrix} \Delta \hat{x}_{ij} \\ \Delta \hat{y}_{ij} \end{bmatrix} \quad (1a)$$

$$\text{Horizontalstrecken:} \quad s_{ij} + v_{s,ij} = s \cdot \sqrt{\Delta \hat{x}_{ij}^2 + \Delta \hat{y}_{ij}^2} \quad (1b)$$

$$\text{Richtungen:} \quad r_{ij} + v_{r,ij} = \arctan\left(\frac{\Delta y_{ij}}{\Delta x_{ij}}\right) - o_i \quad (1c)$$

$$\text{GNSS-Höhenbaselines:} \quad \Delta h_{\text{GNSS},ij} + v_{\Delta h,ij} = \Delta \hat{h}_{ij} \quad (1d)$$

Terrestrische Höhenunterschiede:

$$\Delta H_{\text{terr},ij} + v_{\Delta H,ij} = \Delta s_h^m \cdot \Delta \hat{h}_{ij} + (\hat{a}_{00} + \hat{a}_{10} \cdot x_j + \hat{a}_{01} \cdot y_j)^m - (\hat{a}_{00} + \hat{a}_{10} \cdot x_i + \hat{a}_{01} \cdot y_i)^m \quad (1e)$$

Mit m werden in (1e) der Gebietsindex (Bild 2) und mit Δs_h^m bzw. \hat{a}_{ik}^m die Maßstabsdifferenz bzw. die Flächenpolynomkoeffizienten zur Modellierung der lokalen Höhenbezugsfläche im Gebiet m bezeichnet. Was GNSS anbelangt, so kann die GOCA Softwarekomponente GOCA-GNSS-Control (Bild 1) sowohl im RTK als auch im Nearline-Modus (RINEX-Daten) arbeiten. Im Ergebnis des Kettenglieds 1 (Bild 1) werden - neben den terrestrischen Sensordaten (LPS) - bzgl. GNSS die 3D GNSS-Baselines (1a,d) ebenfalls im sog. GKA-Format zur fortlaufenden Netzausgleichung und Deformationszustandsschätzung an die GOCA-Deformationsanalysesoftware (Kettenglied 2, Bild 1) weitergereicht. Die 3D-Baselines werden dort in 2D/1D Baselines umgerechnet und nach (1a,d) weiterverarbeitet.

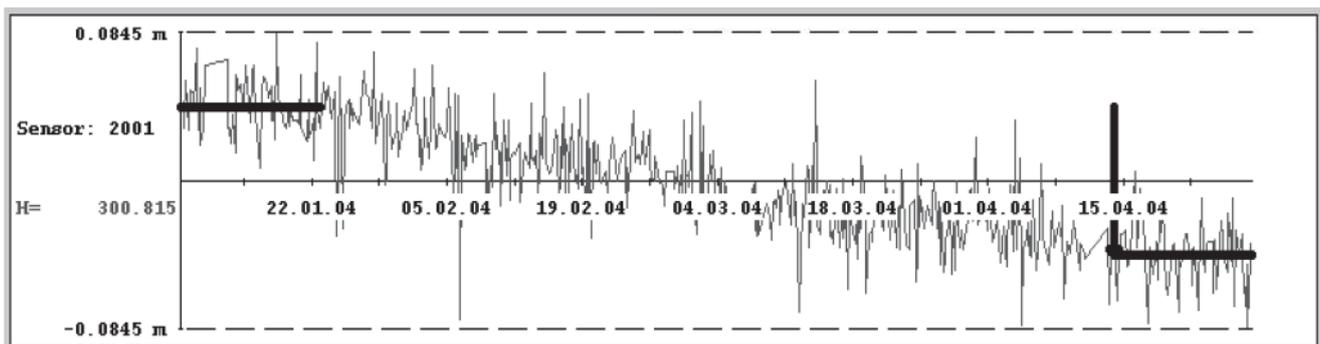


Bild 3: GOCA-Visualisierung der Zeitreihe $\mathbf{x}_O(t)$ eines Objektpunkts (Ausgleichungsstufe 2) und der Verschiebungsschätzung (Ausgleichungsstufe 3) am Beispiel einer Bergsenkung

2.2 GOCA Ausgleichungsstufe 3 und Deformationszustandsschätzungen

Die Deformationsanalyse in der GOCA-Ausgleichungsstufe 3 beruht auf den simultan aus der online GOCA Netzausgleichungsstufe 2 hervorgehenden Objektpunktzeitreihen und deren Kovarianzmatrizen:

$$\mathbf{x}_0(t) \text{ und } \mathbf{C}_0(t) \quad (2a,b)$$

Dabei sind - bei individuellen Einstellungen kritischer Werte und statistischer Parameter für die Objektpunkte \mathbf{x}_0 - folgende Onlineschätzungen zur Deformationsanalyse des Objektbereichs als Kleinste-Quadrate sowie als robuste Huber- und L1-Schätzungen möglich:

- Gleitender Mittelwert in Lage und Höhe
- Online Verschiebungsschätzung bei unterschiedlichen Epochendefinitionen (Bild 3)
- Kalman-Filterung von Verschiebungen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen [5].

Das funktionale Modell der o.g. Verschiebungsschätzung zwischen zwei Epochen und Zeiten t_0 und t_i lautet:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{l}_{t_0} \\ \mathbf{l}_{t_i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{t_0} \\ \mathbf{v}_{t_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{E}_2 & \mathbf{E}_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_0 \\ \hat{\mathbf{u}}(t_0, t_i) \end{bmatrix} = \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{y}} \quad \text{mit } \hat{\mathbf{y}} = [\hat{\mathbf{x}}_0(t_0), \hat{\mathbf{u}}(t_0, t_i)]^T \quad (3a, b)$$

Die Epochenzeiten t_0 und t_i markieren dabei jeweils die Mitte eines diskreten Epochenintervalls (z.B. 1 Stunde oder 1 Tag, Bild 3), und die beiden Beobachtungsgruppen \mathbf{l}_{t_0} und \mathbf{l}_{t_i} entstammen direkt den Objektpunktzeitreihen $\mathbf{x}_0(t)$ aus der GOCA-Ausgleichungsstufe 2 (2a,b). Mit \mathbf{v} werden die Beobachtungsverbesserungen und mit $\hat{\mathbf{x}}_0(t_0)$ und $\hat{\mathbf{u}}(t_0, t_i)$ die Objektpunktposition zum Ausgangszeitpunkt t_0 bzw. die erfolgte Verschiebung zum Zeitpunkt t_i als Bestandteile des zu schätzenden Parametervektors $\hat{\mathbf{y}}$ (3b) bezeichnet.

Die GOCA Kalman-Filterung - als weitere Komponente der Zustandsschätzung der GOCA-Stufe 3 im Kettenglied 2 (Bild 1) - basiert auf der nachfolgenden Zustandsübertragungsmatrix $\mathbf{T}(t)$ für den Zustandsvektor $\mathbf{y}(t)$. Für dessen Übergang vom zurückliegenden $(t - \Delta t)$ zum gegenwärtigen Zeitpunkt t gilt:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{T}(t) \cdot \mathbf{y}(t - \Delta t) \quad , \text{ mit} \quad (4a)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}(t) \\ \dot{\mathbf{u}}(t) \\ \ddot{\mathbf{u}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & [\Delta t] & \left[\frac{1}{2} \Delta t^2 \right] \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & [\Delta t] \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{u}(t - \Delta t) \\ \dot{\mathbf{u}}(t - \Delta t) \\ \ddot{\mathbf{u}}(t - \Delta t) \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad (4b)$$

$$\mathbf{y}(t) = [\mathbf{u}(t), \dot{\mathbf{u}}(t), \ddot{\mathbf{u}}(t)]^T \quad (4c)$$

Der Zustandsvektor umfasst in den Parametern $\mathbf{y}(t)$ (4c) die 3D-Verschiebungen $\mathbf{u}(t)$, die 3D-Geschwindigkeiten $\dot{\mathbf{u}}(t)$ und die 3D-Beschleunigungen $\ddot{\mathbf{u}}(t)$ der Objektpunkte $\mathbf{x}_0(t)$ zwischen aufeinander folgenden Zeitintervallen Δt . Das Zustandsübertragungsmodell (4a,b) impliziert eine nach dem zweiten Glied abgebrochene Taylorentwicklung der unbekannten Verschiebungsfunktion $\mathbf{u}(t)$ und somit die Annahme einer im kurzen Filterzeitin-

tervall Δt konstanten Beschleunigung $\ddot{\mathbf{u}}(t)$. Diese Annahme ist - durch entsprechend hohe Abtastraten [23] oder bei naturgemäß langsam bewegten (statischen) Vorgängen - im geodätischen Geomonitoring vieler Objekte (Bauwerke, Dämme, Hangrutschungen, Bergwerke etc.) nahezu immer realisierbar bzw. gegeben. Die Kovarianzmatrix \mathbf{C}_y der Vorhersage $\mathbf{y}(t)$ (4b) - als stochastische Gauß-Markov-Modell [4] Komponente der aktuellen Schätzung zur Zeit t - berechnet sich nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz angewandt auf (4b) über die Kovarianzmatrix der vorausgehenden Schätzung des Zustandsvektors $\mathbf{y}(t - \Delta t)$. Als Beobachtungskomponente $\mathbf{l}(t)$ treten zur Kalmanfilterungsvorhersage $\mathbf{y}(t)$ (4c) mit entsprechender Kovarianzmatrix die auf denselben Zustandsvektor $\mathbf{y}(t)$ (4c) weisenden GOCA-basierten Verschiebungen $\mathbf{u}(t)$ im Intervall Δt hinzu. Diese Beobachtungskomponente $\mathbf{l}(t)$ zur Zeit t und das stochastische Modell \mathbf{C}_l lauten:

$$\mathbf{l}(t) = \mathbf{l}(\mathbf{y}(t)) =: \mathbf{u}(t) = \mathbf{x}_o(t) - \mathbf{x}_o(t_0), \quad \text{mit} \quad (4d1)$$

$$\mathbf{C}_l = \mathbf{C}_{x_o}(t) + \mathbf{C}_{x_o}(t_0) \quad (4d2)$$

Die Beobachtungen $\mathbf{l}(t)$ (4d1) sind dabei die Unterschiede zwischen der gegenwärtigen Objektpunktposition $\mathbf{x}_o(t)$ (2a,b) aus der GOCA Ausgleichungsstufe 2 (FIN Dateien) minus der Position $\mathbf{x}_o(t_0)$ zum Bezugszeitpunkt der Verschiebungen der Kalman-Filterung. Die Kalmanfilter-Schätzung [15] selbst ist äquivalent zum Gauß-Markov-Modell einer gemeinsamen Ausgleichung von Vorhersage $\mathbf{y}(t)$ (4a,b,c) und Beobachtungskomponente (4d1,2) zum Zeitpunkt t .

Die obigen Ergebnisse der Ausgleichungsstufen 2 und 3 werden sowohl numerisch bereitgestellt als auch in Graphikfenstern visualisiert (Bild 3). Sie stehen auch als allgemeine Outputschnittstellen, z.B. für Virtuelle Sensormodellierungen [21] sowie auch für die in Kap. 3 zur behandelnde „integrierte Deformationsanalyse“ (auch „Systemanalyse“, „Strukturüberwachung“ oder „Structural Health Monitoring“) bereit.

Eine Alarmierung (akustisch, SMS, Email etc.) kann über den direkten Vergleich der Schätzung der numerischen Werte der Deformationsparameter (wie z.B. $\hat{\mathbf{u}}(t_0, t_i)$ (3b)) mit den entsprechenden kritischen Zustandsgrößen, über die statistische Signifikanz der Deformationsparameter sowie als Und- bzw. Oder-Verknüpfung dieser beiden Fälle erfolgen.

Die Stabilität und Kongruenz der Referenzpunkte \mathbf{x}_R kann ebenfalls statistisch analysiert werden [3]. Das GOCA-System kann neben der permanenten Onlineüberwachung auch für diskrete epochale Messungen, und in beiden Fällen auch in Form von Postprocessing-Analysen eingesetzt werden. Die GOCA-Softwarekomponenten können in jeder beliebigen Sprache bereitgestellt werden und werden samt Hardware zum Kauf und Vermietung angeboten. Zur kostengünstigen Planung, Vorabanalyse sowie zur externen Begutachtung von Überwachungsszenarien, und auch ganzer Geomonitoring-Systeme, steht - anstelle realer Sensoren - die Software VirtualGOCA [6] im Kettenglied 1 (Bild1) bereit.

2.3 Robuste M-Schätzungen

Sensordatenfehler und systematische Fehler (z.B. fehlerhaften Mehrdeutigkeitslösungen bei GNSS) würden in den vollkommen automatisierten GOCA-Echtzeitausgleichungsstufen 2 und 3 fehlerhafte Ergebnisse in obigen Deformationsanalysen nach sich ziehen. Fehlalarme oder das hohe Risiko von fälschlicher Weise unterdrückten Alarmsituationen bei kritischem Zustand wären die Folgen. Um diese Risiken auszuschließen bzw. mög-

lichst gering zu halten, basieren die Parameterschätzungen in der GOCA-Deformationsanalyse in den Ausgleichungsstufen 2 und 3 auf dem Konzept robuster M-Schätzungen [3], [4], [15].

3 Integrierte Deformationsanalyse und „Structural Health Monitoring“

Die Weiterentwicklungen in der Deformationsanalyse bzw. im geodätischen Monitoring zielen darauf ab, die o.g. Netzausgleichungs-basierten Zustandsparameterschätzungen $\mathbf{y}(t) = (\mathbf{u}(t), \dot{\mathbf{u}}(t), \ddot{\mathbf{u}}(t))^T$ des obigen geodätischen Geomonitoring und die zusätzlichen geometrischen oder physikalischen Beobachtungen $\mathbf{l}(t)$ lokaler Sensoren (LS) (Bild 5) in ein gemeinsames Parametermodell zu integrieren. Da sowohl die auf den Verschiebungszustand bezogenen Parameterschätzungen $\mathbf{y}(t)$ (3b) und (4c), als auch die LS-Beobachtungen $\mathbf{l}(t)$ als Ausgangsparameter eines physikalischen Objekts (z.B. eines Dammes) zu betrachten sind, wird als gemeinsamer Nenner der Zustandsbeschreibung ein entsprechendes physikalisches System zur Parameterintegration benötigt.

In der allgemeinen Klassifizierung ([1], [24], [25], [26]) in Black-, Grey- und White-Box Systembeschreibungen gehört die Klasse der Finite-Element-Modelle (FEM) zur White-Box Kategorie. FEM werden dabei sowohl durch physikalische Parameter \mathbf{p} (Bild 4) als auch durch die Verschiebungsgrößen $\mathbf{y}(t) = [\mathbf{u}(t), \dot{\mathbf{u}}(t), \ddot{\mathbf{u}}(t)]^T$ des geodätischen Monitoring parametrisiert. Auch lassen sich LS-Beobachtungen $\mathbf{l}(t)$ über die entsprechenden FEM-Ansatzfunktionen und ihre physikalischen Parameter \mathbf{p} mittels der o.g. Verschiebungsgrößen $\mathbf{y}(t)$ parametrisieren ([2], [3], [5], [7], [25], [28]). Damit ist die FEM Modellierung von Verschiebungen \mathbf{u} und physikalischen Parametern \mathbf{p} - im statischen und dynamischen Fall - der Schlüssel zur integrierten Deformationsanalyse vernetzter geodätischer (GNSS, LPS) Sensoren, georeferenzierter lokaler geometrischer LS-Sensoren (Neigungs- und Dehnungsmesser), geotechnischer LS-Sensoren (Kraft-, Spannungs-, Druckmesser [25]) sowie neuartiger lowcost GNSS&-MEMS LS-Sensoren (Kap. 4, Bild 5, [29]).

3.1 Integrierte Deformationsanalyse – Statischer Fall

Die im GOCA-Projekt entwickelten integrierten statischen Modelle ([2], [3]) basieren auf die klassischen FEM-Beziehungen zwischen Verschiebungen \mathbf{u} , parametrisierter Steifigkeitsmatrix $\mathbf{K}(\mathbf{p}_k)$ und Knotenkraftvektor \mathbf{f} :

$$\mathbf{u} = \mathbf{K}(\mathbf{p}_k)^{-1} \cdot \mathbf{f} \quad (5a)$$

Mit der Differentiation von (5a) unter gleichzeitiger Entwicklung der sich infolge eines Steifigkeitsverlusts bzw. einer entsprechenden parametrischen Änderung $\Delta\mathbf{p}_k$ differentiell ändernden Inversen in eine Neumann'sche Reihe erhalten wir:

$$\mathbf{u}(\Delta\mathbf{p}_k)_{\text{geod}} = \mathbf{u}_{\text{FEM}} - \mathbf{K}(\mathbf{p}_k)^{-1} \cdot d\mathbf{K}(\Delta\mathbf{p}_k) \cdot \mathbf{K}(\mathbf{p}_k)^{-1} \cdot \mathbf{f} = \mathbf{K}(\mathbf{p}_k)^{-1} \cdot (\mathbf{I} - d\mathbf{K}(\Delta\mathbf{p}_k)) \cdot \mathbf{K}(\mathbf{p}_k)^{-1} \cdot \mathbf{f} \quad (5b)$$

Damit kann die geodätische Verschiebungsschätzung $\mathbf{u}(\Delta\mathbf{p}_k)_{\text{geod}}$ (5b) durch das FEM Referenzmodell \mathbf{u}_{FEM} gemeinsam mit Strukturänderungen $\Delta\mathbf{p}_k$ parametrisiert werden. Der im GOCA-Projekt entwickelte und validierte Ansatz (5a,b) [2] wurde inzwischen erfolgreich weiterentwickelt [7].

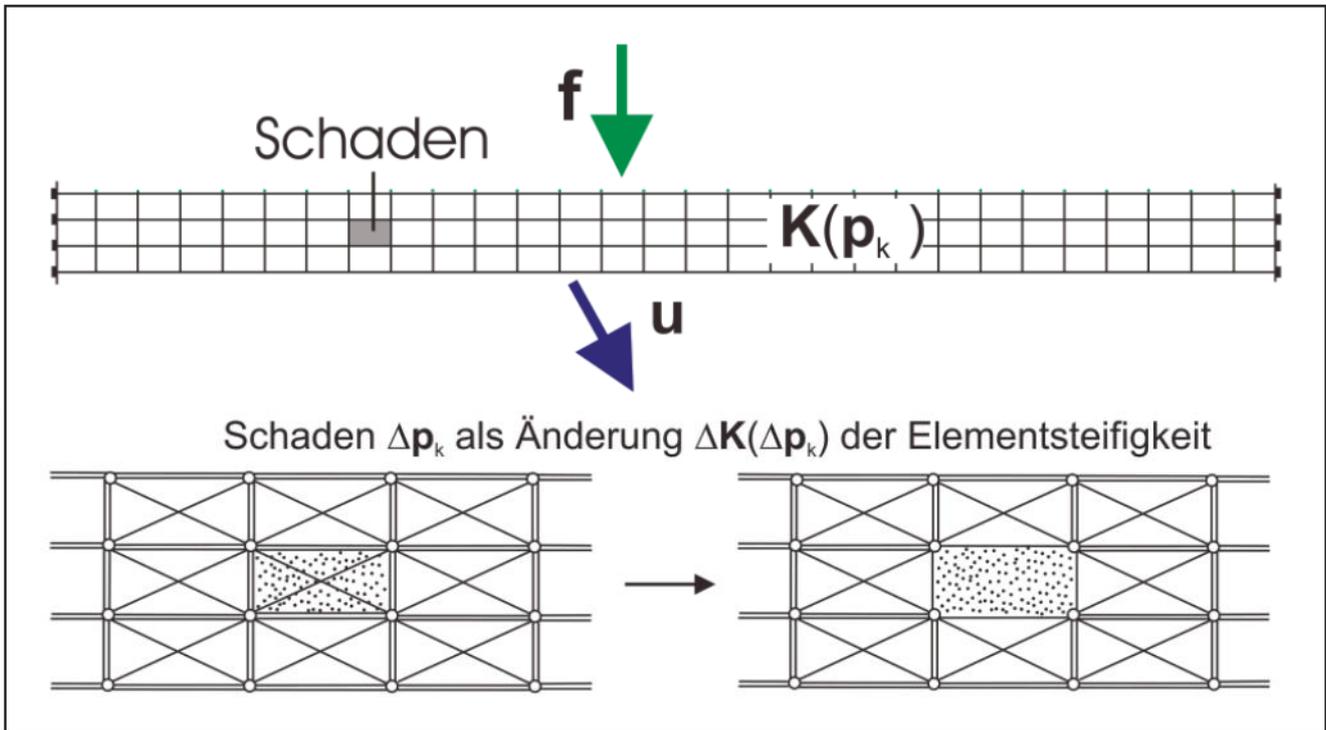


Bild 4: FEM-Modell eines Dammes und Parametrisierung von Strukturänderungen

3.2 Integrierte Deformationsanalyse – Dynamischer Fall

Das obige integrierte statische Deformationsanalysemodell (5a,b) gilt für Prozesse, bei denen infolge geringer Geschwindigkeit $\dot{\mathbf{u}}(t)$ und Beschleunigung $\ddot{\mathbf{u}}(t)$ aus physikalischen Gründen heraus auf die FEM-Modellierung von Dämpfungs- und Trägheitskräften verzichtet werden kann. Auch das rein geometrische Modell (4a,b,c) kann mit $\ddot{\mathbf{u}}(t) = \ddot{\mathbf{u}}(t - \Delta t)$ aufrechterhalten werden, indem durch Einsatz neuer Sensortechnologien (Kap. 3.3, Bild 5) die Abtastfrequenz $f = 1/\Delta t$ erhöht wird [23]. Im Gegensatz zu (5a,b) bleibt das geometrische Modell (4a,b,c) bei schnell bewegten Prozessen (z.B. Objektschwingungen) jedoch per se rein deskriptiv [3] und damit nicht-informativ in Bezug auf physikalische Parameter \mathbf{p} bzw. deren Änderungen $\Delta \mathbf{p}$.

Für Bauwerksschwingungen lassen sich die FEM-Beziehungen im Fall externer dynamischer Knotenkräfte $\mathbf{f}(t)$ bzw. im Fall von Eigenschwingungen $\mathbf{f}(t)=\mathbf{0}$ dagegen in Funktion physikalischer Größen gemeinsam mit den Verschiebungsgrößen in FEM-Parametrisierungen wie folgt darstellen:

$$\text{Allgemeine gedämpfte Schwingung: } \mathbf{K}(\mathbf{p}_k) \cdot \mathbf{u}(t) + \mathbf{C}(\mathbf{p}_c) \cdot \dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{M}(\mathbf{p}_m) \cdot \ddot{\mathbf{u}}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (6a)$$

$$\text{Gedämpfte Eigenschwingung: } \mathbf{K}(\mathbf{p}_k) \cdot \mathbf{u}(t) + \mathbf{C}(\mathbf{p}_c) \cdot \dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{M}(\mathbf{p}_m) \cdot \ddot{\mathbf{u}}(t) = \mathbf{0} \quad (6b)$$

Die dynamischen FEM (6a,b) erschließen somit den Zugang zu den physikalischen Parametern von Strukturen sowie deren Änderungen $(\mathbf{p}_k, \Delta \mathbf{p}_k)$, $(\mathbf{p}_c, \Delta \mathbf{p}_c)$ und $(\mathbf{p}_m, \Delta \mathbf{p}_m)$ im Bereich der zugehörigen Steifigkeits- $\mathbf{K}(\mathbf{p}_k)$, Dämpfungs- $\mathbf{C}(\mathbf{p}_c)$ und Massenmatrix $\mathbf{M}(\mathbf{p}_m)$.

Um eine erste Parallele von (6a,b) bzgl. (4c) zu ziehen, wird mit dem Fall von Eigenschwingungen (6b) fortgefahren. Aus (6b) lassen sich die Zustandsübertragungsgleichungen für die obigen Zustandsvariablen $\mathbf{y}(t) = [\mathbf{u}(t), \dot{\mathbf{u}}(t), \ddot{\mathbf{u}}(t)]^T$ (4c) einer integrierten Deformationsanalyse bzw. eines „Structural Health Monitoring“ gewinnen.

Diese lauten ([11]):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}(t) \\ \dot{\mathbf{u}}(t) \\ \ddot{\mathbf{u}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & [\Delta t] & \left[\frac{1}{2} \Delta t^2 \right] \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & [\Delta t] \\ \mathbf{0} & [-\mathbf{M}(\mathbf{p}_M)^{-1} \cdot \mathbf{K}(\mathbf{p}_K) \cdot \Delta t] & [\mathbf{I} - \mathbf{M}(\mathbf{p}_M)^{-1} \cdot \mathbf{C}(\mathbf{p}_C) \cdot \Delta t] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{u}(t - \Delta t) \\ \dot{\mathbf{u}}(t - \Delta t) \\ \ddot{\mathbf{u}}(t - \Delta t) \end{bmatrix} . \quad (6c)$$

Im Gegensatz zum geometrischen Modell (4a,b,c) integrieren die FEM-basierten physikalischen Zustandsgleichungen (6c) einer gedämpften Eigenschwingung – verbunden mit Unterschieden jeweils in dritten Zeilen von (4b) im Vergleich zu (6c) – damit die geometrischen Knotenpunktverschiebungen sowie deren erste und zweite zeitlichen Ableitungen $\mathbf{y}(t) = [\mathbf{u}(t), \dot{\mathbf{u}}(t), \ddot{\mathbf{u}}(t)]^T$ samt allen physikalischen Strukturparametern $\mathbf{p} = (\mathbf{p}_K, \mathbf{p}_C, \mathbf{p}_M)^T$. Über den statischen Fall hinaus (5a,b) ermöglicht der FEM-basierte dynamische Fall von Eigenschwingungen (6c) nun mit der Einbeziehung aller physikalischen Parameter $\mathbf{p} = (\mathbf{p}_K, \mathbf{p}_C, \mathbf{p}_M)^T$ eine vollständige Strukturüberwachung („Structural Health Monitoring“). Der dynamische Fall (6c) der Zustandsschätzung liefert - unter Einbeziehung geeigneter Sensortypen und Beobachtungen $\mathbf{l}(t) = \mathbf{l}(t, \mathbf{y})$ (wie z.B. die „Robinette“, Bild 5, Kap. 4) - mit $\mathbf{y}(t)_{\text{integriert}} = [\mathbf{u}(t), \dot{\mathbf{u}}(t), \ddot{\mathbf{u}}(t) | \mathbf{p}_K, \mathbf{p}_C, \mathbf{p}_M]^T$ als erweitertem integriertem Zustandsvektor und einer entsprechenden Kalmanfilterung in dieser Form ein erstes vorzuschlagendes und in FuE weiterzuentwickelndes Modell der integrierten Deformationsanalyse.

Analog zur Parametrisierung (5b), und als Alternative zum Ansatz (6c), wird nachfolgend ein sog. spektraler Ansatz [27] als zweites Modell für eine integrierte Deformationsanalyse bzw. Strukturüberwachung vorgestellt. Um den Rahmen des Beitrags nicht zu sprengen, wird mit (6b) und dort mit dem Fall ungedämpfter Eigenschwingungen $\mathbf{C}(\mathbf{p}_C) = \mathbf{0}$ fortgefahren. Ausgehend vom Ansatz

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}) \cdot \cos(\omega \cdot t - \varphi) \quad (7a)$$

für die dynamischen Verschiebungen $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ führt (6b) mit $\mathbf{C}(\mathbf{p}_C) = \mathbf{0}$ auf das folgende allgemeine Eigenwertproblem der ungedämpften Eigenschwingung einer Struktur [28]:

$$[\mathbf{K}(\mathbf{p}_K) - \omega^2 \cdot \mathbf{M}(\mathbf{p}_M)] \cdot \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} . \quad (7b)$$

In (7b) treten die n-dimensionalen ($n = \text{Dimension von } \mathbf{K} \text{ und } \mathbf{M}$) Eigenfrequenzen ω_i und die zugehörigen Eigenvektoren bzw. Eigenformen $\boldsymbol{\varphi}_i(\mathbf{x})$ auf. Die ortsabhängigen Eigenformen $\boldsymbol{\varphi}_i(\mathbf{x})$ beinhalten dabei lediglich die Form der Eigenschwingungen. Die Größen der Amplituden $a(\omega_i)$ (7a) gehen aus (7b) nicht hervor. Sie hängen von der Art der Anregung (Wind, Erdbeben, Verkehr, etc.) der strukturellen Eigenschwingungen ab.

Auf der Grundlage der vollständigen Differentiation von (7b) lassen sich - in Analogie zum statischen Fall (5b) – die Parametrisierungen der Änderungen der spektralen Charakteristika, nämlich der Eigenfrequenzen ω_i sowie der Schwingungsformen $\boldsymbol{\varphi}_i(\mathbf{x})$ gewinnen. Unter Verwendung der durch den Autor im Kontext mit der Optimierung geodätischer Netze [27] erfolgten Herleitungen ergeben sich die nachfolgenden Änderungen in den Eigenfrequenzen ω_i sowie den Eigenschwingungsformen $\boldsymbol{\varphi}_i(\mathbf{x})$ einer Struktur in Funktion damit einhergehender – und etwaig kritischer („unhealthy“) - Änderungen $\Delta \mathbf{p}_K, \Delta \mathbf{p}_M$ in den physikalischen Strukturparametern.

Es gilt:

$$\Delta\omega_i^2(\Delta\mathbf{p}_K, \Delta\mathbf{p}_M) = \boldsymbol{\varphi}_i^T \cdot [d\mathbf{K}(\Delta\mathbf{p}_K) - \omega_i^2 \cdot d\mathbf{M}(\Delta\mathbf{p}_M)] \cdot \boldsymbol{\varphi}_i \quad \text{und} \quad (7c)$$

$$\Delta\boldsymbol{\varphi}_i(\Delta\mathbf{p}_K, \Delta\mathbf{p}_M) = -\frac{\boldsymbol{\varphi}_i^T \cdot d\mathbf{M}(\Delta\mathbf{p}_M) \cdot \boldsymbol{\varphi}_i}{2} \cdot \boldsymbol{\varphi}_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \left[\frac{1}{\omega_i^2 - \omega_j^2} \boldsymbol{\varphi}_i^T \cdot [d\mathbf{K}(\Delta\mathbf{p}_K) - d\mathbf{M}(\Delta\mathbf{p}_M)] \cdot \boldsymbol{\varphi}_j \right] \cdot \boldsymbol{\varphi}_j. (7d)$$

Die Ansätze (7c, 7d) implizieren sog. inverse Eigenwert- bzw. Eigenvektor-Probleme. Damit verbindet sich die Aufgabe, von den Änderungen in den jeweiligen spektralen Eigenschaften (links) auf Änderungen in der Parametrisierung des allgemeinen Eigenwertproblems (7b) bzw. auf die betreffenden Änderungen $\Delta\mathbf{p}_K, \Delta\mathbf{p}_M$ (7c,d) (rechts) zu schließen.

Sowohl der vorgeschlagene Ansatz (6c) mit der zeitabhängigen Zustandsbeschreibung $\mathbf{y}(t) = [\mathbf{u}(t), \dot{\mathbf{u}}(t), \ddot{\mathbf{u}}(t)]^T$ und entsprechenden Sensorbeobachtungen $\mathbf{l}=\mathbf{l}(\mathbf{y},t)$, als auch der vorgeschlagene spektrale Ansatz (7c,d), welcher auf beobachtete oder aus Monitoringdaten abgeleitete Änderungen in den Schwingungsfrequenzen $\Delta\omega_i^2$ (7c) und/oder beobachtete oder aus Monitoringdaten abgeleitete Änderungen $\Delta\boldsymbol{\varphi}_i$ in den Eigenmoden (7d) basiert, sind potentielle Kandidaten für weitere FuE im Bereich der integrierten Deformationsanalyse dynamischer Objekte. Entsprechende Erweiterungen um den gedämpften Eigenschwingungsfall (6b) sowie den Allgemeinfall (6a) haben noch zu erfolgen. Beide Ansätze erlauben es, auf den strukturellen Zustand $\mathbf{p}_K, \mathbf{p}_C, \mathbf{p}_M$ und dessen Veränderungen zu schließen. Ein weiteres neues Verfahren zur Validierung von Strukturmodellen sowie zur Systemidentifikation mit autoregressiven Methoden in Kombination mit FEM-Simulationen wurde in [32] vorgestellt

4 GNSS und GNSS/MEMS Entwicklungen zum “Structural Health Monitoring”

Die gegenwärtigen FuE im Geomonitoringprojekt GOCA sind - über die o.g. Modellbildungen (Kap. 3) hinaus - auch mit mathematischen Modellen, Algorithmen und Software zur



Bild 5: GNSS&MEMS Navigationsbox “Robinette” (GM) mit Schnittstellen

Integration geeigneter GNSS&MEMS (Beschleunigungsmesser und Gyroskope) Sensortypen für den Einsatz im „Structural Health Monitoring“ befasst. Im Rahmen des FuE-Projekts “GNSS&MEMS Multisensor-Navigation und Objekt-Georeferenzierung ([10], [30], [31]) am IAF/HSKA wird seitens des industriellen Konsortiumsmitglieds teXXmo, Mobile Solutions die Hardware “Robinette” (www.robinette.de), Bild 5 entwickelt. Die FuE der bootbaren Firmware und weiterer sog. NAVKA-Algorithmen erfolgen vonseiten des IAF/HSKA.

Die Robinette (Bild 5) ist als reine GNSS (G) und als GNSS&MEMS (GM) Version verfügbar. Sie kann über eine TCP/IP-basierte Kommunikationsschnittstelle im differentiellen GNSS-Modus

entweder mit lokaler Referenzstation oder den Korrekturdaten (RTCM-Format und NTRIP) eines GNSS-Positionierungsdienstes in Verbindung mit geodätischen GNSS Antennen eingesetzt werden.

Angesteuert über GOCA-GNSS-Control (Geomonitoring-Kettenglied 1, siehe Bild 1) kann die reine GNSS-Robinette (G) als Sensor für eine klassische - auf eine geodätische Netzausgleichung (Bild 2) basierte - Deformationszustandsschätzung mit den Beobachtungsgleichungen I(t) (1a-d) und den GOCA Deformationszustandsschätzungen (2a,b), (3a,b) und (4a-d) verwendet werden.

Für die GNSS&MEMS Robinette (GM) beruht die Zustandsschätzung im Geomonitoring auf eine Modifikation im mathematischen Modell zur Schätzung des globalen Navigationszustandsvektors $\mathbf{y}(t)$ eines Objekts („Body (b)“) im erdfesten Bezugsrahmen (e) ([30], [31]).

Der betreffende Navigationszustandsvektor lautet [31]

$$\mathbf{y}(t) = [x^e \ y^e \ z^e \ | \ \dot{x}^e \ \dot{y}^e \ \dot{z}^e \ | \ r^e \ p^e \ y^e \ | \ \ddot{x}^e \ \ddot{y}^e \ \ddot{z}^e \ | \ \omega_{eb,x}^b \ \omega_{eb,y}^b \ \omega_{eb,z}^b \ | \ \mathbf{s}]^T \quad (8)$$

und umfasst die 3D-Position $\mathbf{x}(t)^e$, die 3D-Geschwindigkeit $\dot{\mathbf{x}}(t)^e$, die 3D-Beschleunigung $\ddot{\mathbf{x}}(t)^e$, die 3D-Orientierung (Roll (r), Pitch (p), Yaw (y)), mit $\omega_{eb,x}^b \ \omega_{eb,y}^b \ \omega_{eb,z}^b$ die 3D-Rotationsraten sowie verschiedene Sensorkalibrierungsparameter \mathbf{s} . Basierend auf die Georeferenzierung der betreffenden Struktur in erdfesten Rahmen (e) kann der für das „Structural Health Monitoring“ wesentliche Teil $\mathbf{y}(t) = [\mathbf{x}(t)^e, \dot{\mathbf{x}}(t)^e, \ddot{\mathbf{x}}(t)^e]^T$ in $\mathbf{y}(t)$ (8) in den Objektrahmen (Body-Frame (b)) der Struktur überführt werden.

Im Fall des Geomonitoring basiert die Zustandsschätzung für $\mathbf{y}(t)$ (8) selbst auf eine robuste L1-Norm M-Schätzung (Kap. 2.3). Anstelle einer iterativen Kleinste-Quadrate Schätzung [4], werden in diesem Fall aber Simplexalgorithmen (Weiterentwicklungen des Barrodale-Roberts-Algorithmus) eingesetzt, da diese vorteilhafter Weise die simultane Einführung von Ungleichungen in Bezug auf den Zustandsparameterraum $\mathbf{y}(t)$ (8) erlauben.

In der Entwicklung mathematischer Modelle zum Einsatz von GNSS&MEMS Sensoren (Bild 5) sowohl für das klassische geometrische Geomonitoring ((2a,b), (3a,b), (4a-d)) als auch für „Structural Health Monitoring“ ((5b), (6c) und (7c,d)) werden bzgl. GNSS sowohl differentielle (DGNSS) Modellbildungen als auch absolutes GNSS (Online Precise Point Positioning (OPPP)) als Kandidaten für Zustandsschätzungen (8) - in Raten bis 400 Hz und höher - weiterverfolgt.

5 Aktuelles GOCA Projektbeispiel im Bereich Damm-Monitoring

Das Bild 6 zeigt den Staudamm Jablanica in Bosnien-Herzegowina, als einer von zwei weiteren Staudämmen (Grabovica und Salakovac), die seit 2010 einer Modernisierung und Automatisierung des geodätischen Überwachungskonzepts durch den österreichischen GOCA-Kooperationspartner, das Vermessungsbüro Angst, ZT GmbH, Wien unterzogen werden [9].

Wie bei einer Reihe weiterer geodätischer Geomonitoringprojekte baulicher Anlagen durch den GOCA-Kooperationspartner, Fa. Angst [13], erfolgt das geodätische Geomonitoring der o.g. Dämme derzeit mit LPS (Totalstationen (TPS), Nivellement). Die Integration von GNSS (Bild 5) in die drei lokalen TPS-Netze – wie auch der Zusammenschluss und das geodätische Monitoring der drei Dammanlagen in einem einheitlichen Referenzsystem \mathbf{x}_R (Bild 2) - sind jederzeit möglich und wurden bei der Vorhabenplanung bereits mitberücksichtigt.

Das GOCA FuE Team des IAF/HSKA möchte sich auf diesem Wege bei allen Projektpartnern und Anwendern im In- und Ausland bedanken, die im Zuge des Einsatzes der Systeme GOCA (seit 1998, [1]) und MONIKA (seit 2007, [14]) in der Praxis mit ihrem Feedback und ihren Anregungen stets wertvolle Beiträge für neue FuE-Ansätze und Fortentwicklungen der Systeme geben.

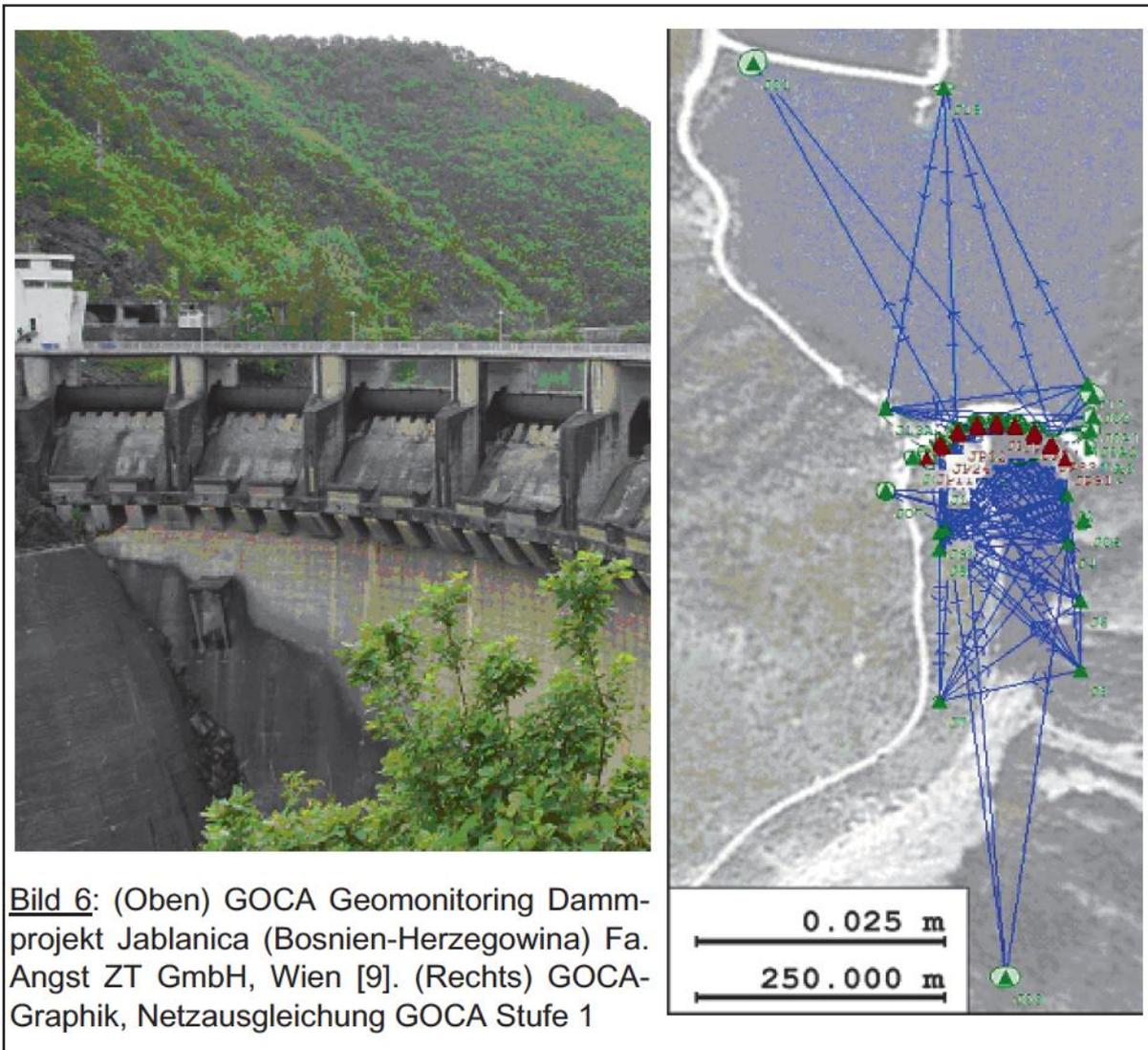


Bild 6: (Oben) GOCA Geomonitoring Dammprojekt Jablanica (Bosnien-Herzegowina) Fa. Angst ZT GmbH, Wien [9]. (Rechts) GOCA-Graphik, Netzausgleichung GOCA Stufe 1

Literaturverzeichnis

- [1] Jäger, R. und S. Kälber (1999-2014): GOCA-Webseite. URL: www.goca.info.
- [2] Jäger, R., Weber, A. & R. Haas (1997): Ein ISO 9000 Handbuch für Überwachungsmessungen, DVW-Schriftenreihe, Heft Nr. 27, Wichmann Verlag, Karlsruhe.
- [3] Kälber, S. and R. Jäger (2000): Realization of a GPS-based Online Control and Alarm System (GOCA) and Preview on Appropriate System Analysis Models for an Online Monitoring. Proceedings 9th FIG-Symposium on Deformation Measurement and Analysis. Sept. 1999, Olsztyn, Poland. p. 98 -117.
- [4] Jäger, R., Müller, T., Saler, H. und R. Schwäble (2005): Klassische und robuste Ausgleichungsverfahren - Ein Leitfaden für Ausbildung und Praxis von Geodäten und Geoinformatikern. Wichmann-Verlag, Heidelberg. ISBN 3-87907-370-8.
- [5] Jäger, R., Hoscislawski, A. und M. Oswald (2009): GNSS/LPS/LS based Online Control and Alarm System (GOCA) – Mathematical Models and Technical Realization of

- a Scalable System for Natural and Geotechnical Deformation Monitoring and Analysis. In (E. Bauer, S. Semprich and G. Zenz (Eds.)): Proceedings of the 2nd International Conference "Long Term Behaviour of Dams", Oct. 2009. Verlag der Technischen Universität Graz, University of Technology. ISBN 9783851250701. p. 387 – 394
- [6] Jäger, R., M. Oswald und P. Spohn (2010): VirtualGOCA – Generierung von Sensordaten zur Modell- und Softwarevalidierung sowie zur Planung und Analyse von Monitoringszenarien in virtuellen Geosensornetzen mittels Google-Earth. Wasserwirtschaft - Zeitschrift für Wasser und Umwelt 10/2010, Vieweg Verlag, Stuttgart.
- [7] Lienhart, W. (2007): Analysis of Inhomogeneous Structural Monitoring Data. Dissertation, Series Engineering Geodesy TU Graz. Shaker, Verlag Aachen.
- [8] Pelzer, H. (1974): Zur Analyse geodätischer Deformationsmessungen. DGK, Reihe C, Nr. 164, München.
- [9] Kabashi, I., Angst, J., Ragossnig-Angst, M., Jäger, R. und P. Spohn (2013): Automatisiertes geodätisches Monitoring an den Staudämmen Jablanica, Grabovica und Salakovac. (In: Hanke, K.; Weinold, T. Hrsg.). 17. Internationale Geodätische Woche Obergurgl 2013. Wichmann. ISBN 978-3-87907-526-3.
- [10] Diekert, J., Hoscislawski, A., Jäger, R., Lorenz, A., Batke, B. und J. Zwiener (2010-2013): NAVKA-Webseite. URL: www.navka.de.
- [11] Jäger, R. und M. Bertges (2004): Integrierte Modellbildung zum permanenten Monitoring von Bauwerken und geotechnischen Anlagen. Beitrag zum 61. DVW-Fortbildungsseminar, 27./28. September 2004, Bauhaus-Universität Weimar. DVW-Schriftenreihe, Band 46/2004. ISBN 3-89639-451-7. S. 101-140.
- [12] Wunderlich, T. A. (2006): Geodätisches Monitoring – ein fruchtbares Feld für interdisziplinäre Zusammenarbeit. VGI - Österreichische Zeitschrift für Vermessung & Geoinformation. 1+2/2006. Österreichische Geodätische Kommission, Wien. S. 50-76.
- [13] Kabashi, I., Ragossnig-Angst, M. und R. Jäger (2011): Geodätisches Online-Monitoring von alten Bauwerken in gefährdungskritischem Zustand im Zuge von Sanierungen. 16. Internationale Geodätische Woche Obergurgl 2011. Grimm-Pitzinger, A.; Weinold, T. (Hrsg.) Wichmann Verlag, Heidelberg. ISBN 978-3-87907-505-8. S. 53-65.
- [14] Spohn, P. und R. Jäger (2007-2014): MONIKA-WebSite. URL: www.monika.ag.
- [15] Jäger, R. and F. Gonzalez (2005): GNSS/GPS/LPS based Online Control and Alarm System (GOCA) - Mathematical Models and Technical Realisation of a System for Natural and Geotechnical Deformation Monitoring and Hazard Prevention. ISGDM IAG-Symposium 2005. University of Escuela Politécnica Superior de Jaén. Spain. (F. Sanso and A. J. Gil (Eds.): Geodetic Deformation Monitoring: From Geophysical to Engineering Roles. IAG Series on Geodesy Symposia. Springer Heidelberg and New York. ISBN 3-540-38595-9. S. 293 – 304.
- [16] Heck, B. und R. Jäger (1986): Zur Sensitivität von Strecken- und Streckenverhältnisbeobachtungen in Deformationsnetzen. Zeitschrift für Vermessungswesen (111). 459-468.
- [17] Schmitt, G., Moldoveanu, T., Nica, T. and R. Jäger (1990): Deformation Analysis of a Local Deformation Analysis of a Local Terrestrial Network in Romania with respect to the Vrancea Earthquake of August 30 1986. In: Ivan I. Mueller (ed.). International Association of Geodesy Symposia. Symposium No. 101: 'Global and Regional Geodynamics', Edinburgh/Scotland, Aug. 7-8, 1989. Convened and edited by P. Vyskocil, C. Reigber and P. A. Cross, Springer Verlag: 211-221.
- [18] Hartmann, P. and R. Jäger (1997): GPS-Integration including terrestrial Data Combination in large and local plane and height networks with a view to quality control and automatation - Strada&Netz, development of a geodetic software-application for Mi-

- crostation ®. In: M. Roic and Z. Kapovic (Eds). Proceedings of the 1st Croatian Congress on Cadastre. Multigraf, Zagreb. ISBN 953-97081-0-9.
- [19] Heck, B., Illner, M. und R. Jäger (1995): Deformationsanalyse zum Testnetz Karlsruhe auf der Basis der terrestrischen Messungen und aktueller GPS-Messungen. Festschrift Draheim-Kuntz-Mälzer. Universität Karlsruhe.
- [20] Witt, K. J. (2009): Grundbautaschenbuch – Teil 1: Geotechnische Grundlagen. 7. Auflage. Ernst&Sohn.
- [21] Fuchs, K. (2010): Konzipierung und Implementierung einer modularen Software (GOCA-Virtual Sensor) sowie Algorithmen für virtuelle Sensoren im Geomonitoring und Anwendung auf die historischen Daten des Moskauer Kreml. Masterthesis Studiengang Geomatik (MSc). Hochschule Karlsruhe Technik und Wirtschaft.
- [22] Hoscislawski, A. (2009): Konzeption und C++-Softwareentwicklung eines M-Schätzer Kalmanfilters zur Zustandsschätzung, -vorhersage und Alarmmanagement für das Geomonitoringsystem GOCA. Diplomarbeit am Studiengang Vermessung & Geomatik. Hochschule Karlsruhe Technik und Wirtschaft.
- [23] Mönicke, H.-J. (1991): Measurements of high-frequency oscillations by optoelectric and inertial sensors in a hybrid measurement system. In: International Association of Geodesy Symposia. Applications of Geodesy to Engineering, No. 108. Springer, Heidelberg, New York.
- [24] Pfeuffer, A. (1993): Analyse und Interpretation von Überwachungsmessungen - Terminologie und Klassifikation. ZfV 1993, Heft 8/9, S. 470-476.
- [25] Teskey, W. (1988): Integrierte Analyse geodätischer und geotechnischer Daten sowie physikalischer Modelldaten zur Beschreibung des Deformationsverhaltens großer Erddämme unter statischer Belastung. Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C, München.
- [26] Welsch, W. and O. Heunecke (1999): Terminology and classification of deformation models - final report of FIG ad-hoc-Committee of WG 6.1. Proceeding of the 9th Int. FIG Symposium on Deformation Measurements, Olsztyn, 27-30 September, 1999.
- [27] Jäger, R. (1988): Analyse und Optimierung geodätischer Netze nach spektralen Kriterien und mechanische Analogien. Deutsche Geodätische Kommission. Reihe C (Dissertationen), Nr. 342, München.
- [28] Zienkiewicz, O.C. (1984): Methode der finiten Elemente. Carl Hanser Verlag, München, Wien.
- [29] Große, C.U. and M. Krüger: Inspection and Monitoring of Structures in Civil Engineering. Internet-Publication <http://www.ndt.net/article/v11n01/grosse/grosse.htm>
- [30] Jäger, R. (2013): Mehr als Positionierung - Präzise Out-/Indoor Navigation mit verteilten Sensoren. Vortrag zur INTERGEO 2013. Download: http://www.kongress.intergeo.de/share/public/Intergeo/Archiv/2013/Jaeger_Vortrag.pdf
- [31] Jäger, R. (2014): Navigation mit verteilten GNSS/MEMS Sensoren - Mathematische Modelle, Algorithmen und Anwendungspotenziale. Horizonte (43). ISSN 1432-0174. Pages 7-10
- [32] Häckell, C., Haake, G. und R. Rolfes (2014): Beiträge zum DVW-Seminar „Validierte Strukturmodelle und Systemidentifikation. Zeitabhängige Meßgrößen - ihre Daten haben (Mehr)-Wert“. DVW Schriftenreihe, Band 74.